

Министерство образования Республики Беларусь  
Могилевский государственный университет продовольствия

А.Н. СПАСКОВ

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЛОРЕНЦА В ЕВКЛИДОВОМ  
ПРОСТРАНСТВЕ С ПОВЫШЕННОЙ РАЗМЕРНОСТЬЮ

(Спасков А.Н. Интерпретация преобразований Лоренца в евклидовом пространстве с повышенной размерностью / Могилев, 2003. – 21с. – Деп. в БелИСА 13.08.03. - №Д200364)

Могилев 2003

## 1. Введение

В последние десятилетия развития физической науки появились и все больше осознаются некоторые принципиальные проблемы, которые невозможно решить в рамках классической теории относительности в том виде, в котором она была сформирована в начале XX века. Ограниченность теории относительности связана прежде всего с представлениями о непреодолимости "светового барьера" для материальных объектов в специальной теории относительности и непосредственно связанного с ним "горизонта событий" в общей теории относительности. Наиболее яркие попытки выхода за пределы этих представлений были предприняты при создании концепции тахионов [1,2], как частиц, движущихся со сверхсветовыми скоростями и в концепции "отонных миров" возникшей при развитии астрофизики черных дыр [3]. Прежде всего, в связи с этими проблемами в последнее время появились и интенсивно обсуждаются различные варианты "расширенной теории относительности" [4,5]. Кроме того, те фундаментальные представления о структуре и свойствах пространства и времени, которые лежат в основе теории относительности, с современной точки зрения требуют более глубокого анализа и переосмысления. В связи с этим представляется актуальным и необходимым обсуждение различных вариантов и подходов, расширяющих традиционную теорию относительности и выводящих ее за ограничивающие "барьеры" к "новым горизонтам" познания. Один из таких подходов и рассматривается в данной работе.

Современные варианты расширенной теории относительности исходят из того, что скорость света является фундаментальной константой, существенным образом входящей в структуру уравнений, описывающих электромагнитное поле. При этом, ее инвариантность является следствием принципа относительности. Парадоксальность этого вывода, противоречащего классическим представлениям следовала из неявного предположе-

ния о существовании некоторой выделенной системы отсчета, связанной с гипотетической средой, являющейся переносчиком электромагнитных полей. И именно отказ от концепции "мирового эфира" в ее классическом виде ознаменовал переход к теории относительности.

Но инвариантность скорости взаимодействий отнюдь не устанавливает предела для скоростей материальных объектов. Как справедливо отмечают многие авторы [6], любой предел имеет две стороны и поэтому, существование материальных тел с досветовыми скоростями не исключает существования материальных тел со сверхсветовыми скоростями. Сам по себе "световой барьер" исключает лишь причинную связь между досветовыми и сверхсветовыми телами и на этом основана концепция брадионов и тахионов [1,2].

В современных вариантах расширение теории относительности достигается при переходе к скоростям  $v > c$ . При этом релятивистский множитель

$\beta = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  приобретает мнимое значение. Интервалы, имеющие мнимые

значения интерпретируются как ненаблюдаемые в нашем мире, но при переходе в тахионный мир они приобретают действительное значение, кото-

рое достигается за счет перехода к "дуальным" скоростям  $\frac{v^2}{c^2} \rightarrow \frac{c^2}{v^2}$  с од-

новременным умножением на  $i$  [5]. При таких преобразованиях достигается большая степень симметрии и возможно обобщение группы Лоренца, охватывающие все углы ( $0 < \alpha < 2\pi$ ) для мировых линий на диаграммах Минковского.

Дальнейшее обобщение формально достигается либо за счет введения комплексных длин и длительностей [6], либо за счет введения дополнительных временных измерений [7]. При этом, в концепции многомерного

времени наблюдаемым считается лишь суммарный интервал (например  $dt^2 = dt_x^2 + dt_y^2 + dt_z^2$  в варианте 3+3-мерной теории относительности).

Следует отметить, что сами по себе мнимые величины были формально использованы при построении 4- мерных многообразий Минковского и их введение явилось удобной математической процедурой для описания группы Лоренца, сохраняющей инвариантными псевдоевклидовы интервалы. В силу высокой степени абстракции был достигнут решительный прогресс в описании релятивистских движений, но при этом была утрачена физическая ясность и наглядность.

Как представляется автору, возможен другой подход с использованием евклидовой метрики. При этом, необходимо соответствующим образом определить процедуру измерения интервалов и определения координат событий в различных инерциальных системах отсчета. В классической трактовке теории относительности исходят из определения интервалов между событиями. При этом сами по себе интервалы не имеют непосредственно данного значения и реальный физический смысл имеют лишь эталонные линейки и часы, синхронизированные с помощью светового сигнала в соответствующей инерциальной системе отсчета. Другими словами, единственной физической реальностью являются лишь "собственная длина", либо "собственное время".

В качестве отправной точки для дальнейшего построения будем исходить из того, что множество интервалов, определяемых на 4-мерном многообразии Минковского подразделяется на 3 фундаментальных класса. А именно - пространственноподобные, времениподобные и светоподобные. При этом ни при каких преобразованиях невозможен переход элементов одного из классов в другой. Это как раз и говорит о том, что несмотря на внешнее формальное сходство они сохраняют свою внутреннюю природу и различие по содержанию. На этом примере видно, что знаменитое выска-

звание Минковского о том, что пространство и время сами по себе отныне становятся фикциями [8] имеет лишь формальное значение. Но сами по себе пространство и время имеют собственно присущую им внутреннюю природу и являются атрибутами любого движения. На неудовлетворительность концепции 4-мерного пространства-времени обращали внимание многие исследователи. Достаточно последовательный анализ и критика специальной теории относительности был проделан еще А. Бергсоном во время формирования теории относительности [9]. Сейчас, по прошествии почти 100 лет после создания теории относительности неудовлетворительность традиционной концепции становится все более очевидной. Особенно ясно это видно на примере безуспешных попыток создания единой теории поля. Как представляется автору, разрешить многие трудности современной фундаментальной физики можно лишь на пути более глубокого анализа и переосмысления природы пространства и времени и одним из таких путей мог бы стать вариант создания некоторой альтернативной теории относительности, в которую наряду с единством существенным образом будет входить принципиальное различие пространства и времени.

Итак, будем исходить из того, что реально существуют либо пространственные, либо временные интервалы. При этом, если у нас имеется времениподобный интервал, то можно всегда выбрать такую систему отсчета, в которой он станет чисто временным. И наоборот - произвольный временной интервал в любой другой системе отсчета становится времениподобным. И наоборот - произвольный временной интервал в любой другой системе отсчета становится времениподобным. То же самое можно сказать и о пространственноподобных интервалах.

## **2. Определение интервалов в пространстве-времени с евклидовой метрикой**

В качестве простейшего примера повышения размерности обычного пространства-времени, рассмотрим 2-мерное многообразие  $(x, ct)$ . Как известно, произвольный времениподобный интервал задается соотношением:

$$ds^2 = (cdt)^2 - dx^2 \quad (1)$$

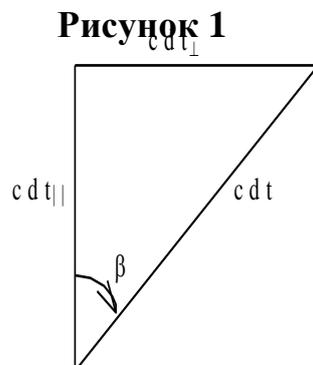
В этом определении используется псевдоевклидова метрика. Покажем, как можно перейти к евклидовой метрике после повышения размерности пространства-времени. Для этого перепишем соотношение (1) в следующем виде:

$$(cdt)^2 = ds^2 + dx^2 \quad (2)$$

Введем новые обозначения:  $ds = cdt_{\parallel}$  и  $dx = cdt_{\perp}$ , после чего соотношение (2) примет вид:

$$(cdt)^2 = (cdt_{\parallel})^2 + (cdt_{\perp})^2 \quad (3)$$

Соотношение (3) можно интерпретировать геометрически в виде следующего рисунка:



Из этого рисунка видно, что

$$dt_{\parallel} = dt \cdot \cos \beta, \quad dt_{\perp} = dt \cdot \sin \beta, \quad (4)$$

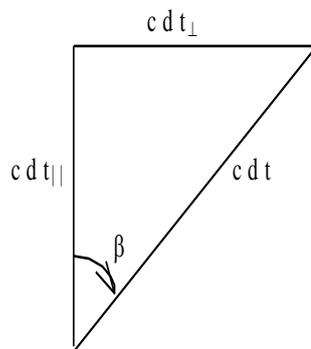
а это означает по сути переход от одномерного к двумерному времени с использованием евклидовой метрики. Для выяснения физического смысла угла  $\beta$  будем исходить из требования инвариантности интервала, согласно которому для любого времениподобного интервала выполняется условие  $ds^2 = (cdt_0)^2$ . В этом соотношении  $dt_0$  - "собственное время", длящееся между событиями, которые происходят в непосредственной близости от одних и тех же часов и регистрируется этими часами. Таким образом, согласно нашим обозначениям  $dt_{\parallel} = dt_0$  и, если использовать релятивистскую форму-

лу для "собственного времени"  $dt_0 = dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , то из соотношений (4)

следует, что

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; \quad \sin \beta = \frac{v}{c}. \quad (5)$$

Из этих же соотношений следует, что  $dt_{\perp} = dt \frac{v}{c}$ , откуда  $cdt_{\perp} = vdt$  и рисунок 1 приобретёт следующий вид:



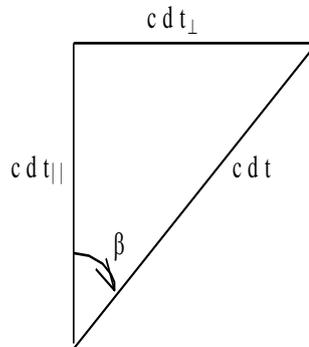
Полученный рисунок может служить наглядной иллюстрацией реальной процедуры измерения времениподоб-

ного интервала. Для этого следует прежде всего четко описать реальный физический процесс, соответствующий математическому понятию времениподобного интервала. Представим себе следующий мысленный эксперимент. Пусть у нас имеется абсолютно твердый стержень длиной  $x$  с закреплёнными на его концах синхронизированными часами. Кроме этого, пусть в некоторой точке пространства закреплены часы. При этом считаем, что все трое часов абсолютно тождественны в том смысле, что их ход обусловлен одними и теми же внутренними процессами, которые не зависят ни от каких внешних обстоятельств. Представим себе, что стержень движется вдоль линии собственной оси со скоростью  $v$  относительно пространственной точки, лежащей на этой оси и с закреплёнными в ней третьими часами. При этом считаем, что в момент прохождения переднего конца стержня мимо пространственной точки показания часов  $t$ , закреплённых на этом конце совпадает с показанием неподвижных часов  $t_0$  (примем эти показания за начало отсчёта времени  $t=t_0=0$ ). Если, далее, моменты прохождения переднего и заднего концов стержня вблизи неподвижной точки будут определяться часами, закреплёнными на концах стержня, то они будут разделены длительностью  $t = \frac{x}{v}$ . Между тем, эти же моменты, зафиксированные часами, находящимися в неподвижной точке, будут разделены

длительностью  $t_0 = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ .

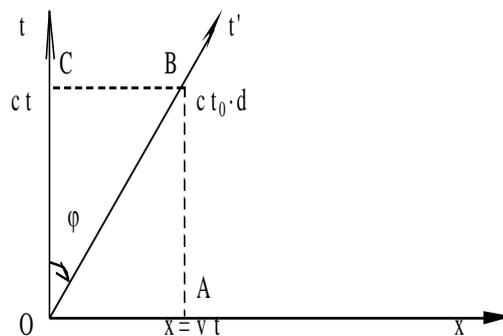
Таким образом, время между событиями, наблюдаемыми в движущейся со скоростью  $v$  системе отсчёта и разделённых пространственным промежутком  $x$  и временной длительностью  $t = \frac{x}{v}$  при измерении неподвиж-

ными часами будет уменьшаться:  $t_0 = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ . Проиллюстрируем наш мысленный эксперимент следующим рисунком:



**Рисунок 3**

Для того, чтобы ясно представить себе различие между данным способом описания и общепринятым, проиллюстрируем этот эксперимент на плоскости  $(ct, x)$  Минковского:



**Рисунок 4**

На этой диаграмме изображена мировая линия часов, движущихся со скоростью  $v$  из точки  $O$  в точку  $A$ , находящуюся на расстоянии  $x=vt$  от  $O$ . В точках  $O$  и  $A$  помещены синхронизированные часы и их показания изме-

ряются вдоль мировых линий ОС и АВ, где А и В - точки, лежащие на линии одновременности событий неподвижной системы отсчёта. Показания движущихся часов в момент прохождения точки О равны нулю ( $t'=0$ ). Длительность между событиями прохождения движущихся часов мимо точек О и А измеряется по оси времени  $t'$  и выражается отрезком ОВ. При этом, для того, чтобы получить правильный результат мы, кроме формального поворота оси  $t'$  в плоскости  $(t,x)$  на угол  $\varphi$ , который в этом случае задаётся соотношением  $\operatorname{tg}\varphi = \frac{v}{c}$ , должны определить сокращение масштабов вдоль

оси  $t'$ , которое задаётся масштабным множителем  $d = \sqrt{\frac{1 + \frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  [10, с. 81].

После выполнения этих условий мы получим из треугольника ОВС:

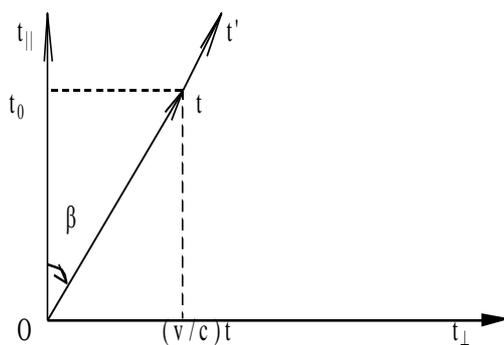
$$ct_0 \cdot d = \frac{ct}{\cos\varphi}, \text{ откуда следует, что } t_0 = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Как видно, оба способа определения собственного времени  $t_0$  движущихся часов имеют некоторое формальное сходство. В обоих случаях осуществляется поворот оси времени  $t'$ , который в первом случае определяется соотношением  $\sin\beta = \frac{v}{c}$ , а во втором - соотношением  $\operatorname{tg}\varphi = \frac{v}{c}$ . С чисто формальной стороны, первый способ имеет преимущество, т.к. при этом не нужно вводить масштабного множителя  $d$  и можно непосредственно пользоваться соотношениями евклидовой геометрии. Удобство же диаграмм Минковского заключается в том, что на них можно наглядно изобразить положение событий и мировые линии тел. Но это удобство сохраняется лишь в выделенной системе отсчёта, относительно которой рассматриваются положения и движения тел. При переходе же к другим

инерциальным системам отсчёта возникают дополнительные трудности в описании самих этих систем и масштабов, связанных с ними. Эти трудности преодолеваются при переходе к псевдоевклидовой метрике и использовании преобразований Лоренца, либо метода к-коэффициентов [11, с. 161].

Но за некоторым внешним формальным сходством описанных выше способов скрывается принципиальное внутреннее различие. Если на диаграммах Минковского поворот оси  $t'$  осуществляется формально в псевдоевклидовой плоскости  $(ct, x)$ , то в нашем случае этот поворот осуществляется в евклидовой плоскости  $(ct_{\parallel}, ct_{\perp})$  и при этом угол поворота задаётся соотношением  $\sin \beta = \frac{v}{c}$ , в отличие от традиционного  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{v}{c}$ . Если на диаграммах Минковского величина  $vt=x$  выражает пространственный интервал и откладывается по пространственной оси  $x$ , то в нашем случае величина  $vt=ct_{\perp}$  выражает некоторый времениподобный интервал, который откладывается по второй временной оси  $t_{\perp}$ .

Построим теперь диаграмму, аналогичную диаграмме Минковского в плоскости  $(ct, x)$ , но соответствующую нашему способу представления времениподобных интервалов на плоскости  $(t_{\parallel}, t_{\perp})$ .



**Рисунок 5**

Из этого рисунка видно, как любая временная длительность  $t$  между событиями, измеренная в неподвижной системе отсчёта представляется в виде вектора и раскладывается на две взаимноперпендикулярные составляющие. А именно: проекция  $t_{\parallel}=t_0$ , имеющая смысл собственного времени, измеренного по движущимся часам и проекция  $t_{\perp} = \frac{v}{c} t$ , имеющая смысл, аналогичный понятию оптического пути света в геометрической оптике. Эту проекцию можно было бы назвать "оптическим временем" и определить как время, необходимое для прохождения световой волны расстояния  $x=vt$ . При этом множитель  $n = \frac{v}{c}$  имеет полное формальное сходство с показателем преломления среды, но смысл его будет несколько иной.

Рассмотрим теперь произвольный пространственноподобный интервал, который задаётся соотношением:

$$ds^2 = dx^2 - (cdt)^2 \quad (6)$$

Аналогично предыдущему представлению, перепишем это соотношение в виде:

$$dx^2 = ds^2 + (cdt)^2 \quad (7)$$

и введём новые обозначения:  $ds = dx_{\parallel}$  и  $cdt = dx_{\perp}$ , после чего соотношение (7) примет вид:

$$dx^2 = dx_{\parallel}^2 + dx_{\perp}^2. \quad (8)$$

Соотношение (8) можно интерпретировать геометрически в виде следующего рисунка:

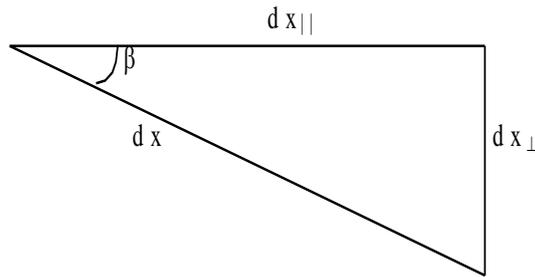


Рисунок 6

Выясним физический смысл полученного представления. Для этого опять же будем исходить из требования инвариантности интервала, согласно которому для любого пространственноподобного интервала выполняется условие  $ds^2 = dx_0^2$ , где  $dx_0$  - это расстояние, измеренное между точками, в которых происходят одновременные события. Следовательно,  $dx_{||} = dx \cdot \cos\beta = dx_0$ , что согласуется с релятивистской формулой сокращения длин ( $dx_0 = dx \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ ), при условии, что  $dx$  - это длина некоторого движущегося со скоростью  $v$  стержня, измеренная в системе покоя этого стержня, а  $dx_0$  - это расстояние, измеренное между положениями концов стержня в неподвижной системе отсчёта в один и тот же момент времени.

Величину  $dx_{\perp} = dx \cdot \sin\beta = dx \cdot \frac{v}{c}$  можно интерпретировать следующим образом. Если определить некоторую длительность  $\delta t = \frac{dx_{\perp}}{c}$ , характеризующую время прохождения световой волной расстояния  $dx_{\perp}$ , то величина  $\delta t = \frac{v}{c^2} dx$  определяет при этом известный релятивистский эффект отставания синхронизированных в движущейся со скоростью  $v$  системе отсчёта

часов относительно часов, синхронизированных в неподвижной системе отсчёта и отстоящих на расстоянии  $dx$  в движущейся системе отсчёта. Таким образом, величина  $dx_{\perp} = \frac{v}{c} dx$  характеризует собой некоторый "оптический путь" световой волны, проходимый за время  $\delta t$ , характеризующее запаздывание показаний движущихся часов относительно часов неподвижной системы отсчёта. Фактически, величина  $dx_{\perp}$  будет соответствовать расстоянию, измеренному вдоль оси  $x_{\perp}$  между положением второго конца стержня длины  $dx$  и линией одновременности неподвижной системы отсчёта, на которой находится первый конец стержня в момент измерения, определяемый по часам неподвижной системы отсчёта.

Как известно, процедуру измерения пространственных масштабов можно всегда свести к определению длительности между световыми сигналами. Это вполне очевидно, т.к. определение эталонов длин и времени, а также метод синхронизации часов и следующие из них преобразования Лоренца, либо метод к-коэффициентов основаны на соотношении между длиной и периодом световой волны  $\lambda = cT$ . Поэтому нет необходимости подробно описывать эту процедуру с точки зрения вышеуказанного представления. Ограничимся тем, что для определения длины движущегося стержня в неподвижной системе отсчёта достаточно определить моменты прохождения переднего и заднего конца стержня мимо неподвижных часов и определить каким-либо независимым способом скорость этого стержня. Для этого можно было бы опять воспользоваться свойствами световой волны и провести следующий мысленный эксперимент. Представим себе движущийся в нашем направлении стержень, на заднем конце которого закреплён источник света с известной спектральной линией  $\lambda_0$ . Если мы при этом измеряем длину световой волны, то из полученного значения  $\lambda$

можно, используя формулу Доплера  $\lambda = \lambda_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$ , определить скорость

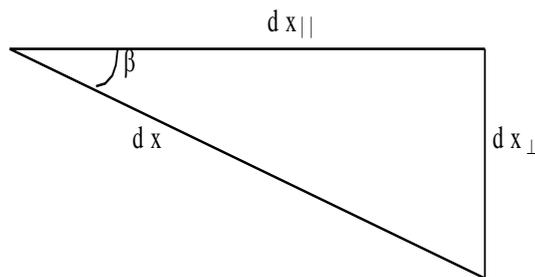
стержня и, далее, определив по нашим часам время  $t$  между моментами прохождения переднего и заднего концов стержня найти длину движущегося стержня  $l=vt$ . При этом, согласно изложенной выше процедуре измерения времени эта длина окажется меньше длины, измеренной в собственной системе отсчёта. В самом деле, т.к. в данном случае  $t = t_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ ,

где  $t_0$  - время между событиями, измеренное часами, закреплёнными на

концах стержня, то  $l = vt_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , что соответствует реля-

тивистской формуле сокращения длин, при условии, что  $l_0=vt_0$  - собственная длина стержня, определяемая по собственным часам.

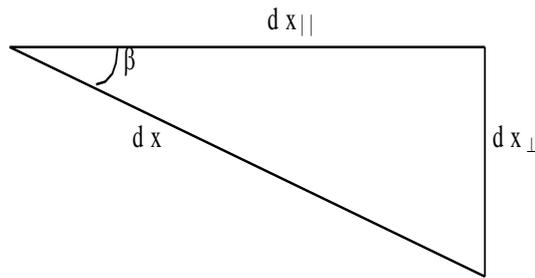
С учётом введённых нами обозначений представим рисунок 6 в следующем виде:



**Рисунок 7**

На этом рисунке изображена некоторая абстрактная процедура определения пространственноподобного интервала. Для того, чтобы придать ей

реальный физический смысл, представим этот интервал в виде некоторого времениподобного интервала, учитывая свойство инвариантности скорости света. В этом случае  $dx = cdt$  и  $dx_0 = cdt_0$ , где  $dt$  и  $dt_0$  - соответственно времена прохождения световым сигналом расстояний  $dx$  и  $dx_0$ . Таким образом, рисунок 7 приобретает следующий вид:



**Рисунок 8**

Вид этого рисунка напоминает рисунок 2, но толкование будет другим. Представим себе следующий мысленный эксперимент. Пусть у нас имеются двое часов, одни из которых движутся относительно других со скоростью  $v$ . При этом, момент прохождения движущихся часов мимо неподвижных будет соответствовать началу отсчёта времени по обоим часам. Пусть в этот момент из пространственной точки, соответствующей положению этих часов был послан световой сигнал в направлении движения часов. В момент времени  $dt$ , определяемый по неподвижным часам, световой сигнал прошёл путь  $x = cdt$  относительно этих часов. Между тем движущиеся часы удалились к этому моменту от неподвижных на расстояние  $vdt$  и при этом их показания будут равны  $dt_0$ , что соответствует распространению световой волны на расстояние  $x' = cdt_0$  относительно движущихся часов. Учитывая, что это же расстояние относительного удаления фрон-

та световой волны от движущихся часов, измеренное в неподвижной системе, будет равно  $x = cdt - vdt$ , получим следующее соотношение:

$$x = (c - v) \frac{dt_0}{\cos\beta} = \sqrt{\frac{c - v}{c + v}} \cdot x' \quad (9)$$

Полученное соотношение эквивалентно Доплеровской формуле сокращения длин волн. Это и понятно, т.к.  $x = \lambda \cdot \frac{\varphi}{2\pi}$ , а  $x' = \lambda' \cdot \frac{\varphi}{2\pi}$ , где  $\varphi$  - фаза волны.

### 3. Вывод преобразований Лоренца

Соотношение (9) для относительного оптического пути можно переписать в следующем виде:

$$\Delta x = dx - \delta x \quad (10)$$

и, соответственно, для относительного оптического времени:

$$\Delta t = dt - \delta t \quad (11)$$

В этих соотношениях величина  $\delta x = vdt$  - это относительное смещение начала системы отсчёта в пространстве, а  $\delta t = \frac{v}{c} dt$  - это относительное смещение начала системы отсчёта во времени. Величина  $\delta t = \frac{\delta x}{c}$  выражает

собой относительное запаздывание часов, синхронизируемых радиолокационным методом. Представим себе, что вблизи неподвижных часов находится непрерывный источник света и мы регистрируем фазу световой волны, удаляясь при этом со скоростью  $v$  от источника. В момент прохождения мимо источника, время между испусканием и регистрацией светового сигнала будет равно нулю, что означает совпадение начал отсчёта во времени для обоих, синхронизированных таким образом систем. По мере же удаления систем, разница во времени между испусканием и регистрацией определённой фазы волны будет увеличиваться, что и означает смещение начала отсчёта во времени, т.к. мы в данном случае связываем отсчёт времени с регистрацией одинаковой для обеих систем фазы.

Рассмотрим теперь поправку, приведённую ранее для общей характеристики запаздывания часов:

$$\delta t = \frac{v}{c^2} dx \quad (12)$$

Этой формуле можно придать вид, аналогичный соотношению для скорости перемещения начала отсчёта движущейся системы в пространстве

$\frac{\delta x}{dt} = v$ , а именно:

$$\frac{\delta t}{dx} = \frac{v}{c^2} \quad (13)$$

Полученное соотношение выражает, таким образом скорость перемещения начала отсчёта движущейся системы во времени. В случае  $dx = c dt$ , который соответствует распространению световой волны, формула (12)

примет вид:  $\delta t = \frac{v}{c} dt$ , в соответствии с формулой (11). В случае же  $dx = v dt$ ,

эта формула примет вид:

$$\delta t = \frac{v}{c^2} dx \quad (14)$$

Эта величина характеризует относительное смещение начала отсчёта во времени для движущихся со скоростью  $v$  часов, а величина  $\frac{\delta t}{dt} = \frac{v^2}{c^2}$  характеризует собой относительную скорость течения времени для неподвижных и движущихся часов.

Теперь, учитывая, что координаты событий - это фактически расстояния и длительности, измеряемые относительно начала системы отсчёта и учитывая релятивистский эффект изменения масштабов, мы можем переписать формулы (10) и (11) в следующем виде:

$$x' = \frac{x - \delta x}{\cos\beta}; \quad t' = \frac{t - \delta t}{\cos\beta}, \quad (15)$$

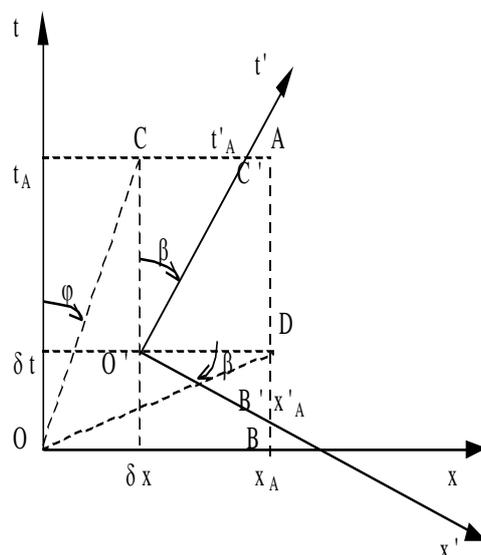
где введены обозначения:  $x' = \frac{\Delta x}{\cos\beta}$ ;  $x = dx$ ;  $t' = \frac{\Delta t}{\cos\beta}$ ;  $t = dt$ .

Как видно, формулы (15) полностью соответствуют преобразованиям Лоренца.

Дадим теперь геометрическую иллюстрацию этих преобразований. Для этого будем использовать диаграммы Минковского и учтём, что при переходе от неподвижной к движущейся системе отсчёта начало движущейся системы отсчёта перемещается относительно начала неподвижной системы на расстояние  $\delta x = vt$  вдоль пространственной оси  $x$  и на длительность

$\delta t = \frac{v}{c^2} x$  вдоль временной оси  $t$ , а оси  $t'$  и  $x'$  поворачиваются относительно осей  $t$  и  $x$  на угол  $\beta$ .

На рисунке 9 показано, что начало отсчёта движущейся системы  $O'$  сместилось относительно точки  $O$  на расстояние  $\delta x$  по оси  $x$  и на время  $\delta t$  по оси  $t$ . Координатные оси повёрнуты при этом на угол  $\beta$  относительно осей неподвижной системы. Координата  $t'_A$  определяется по оси  $t'$  как длительность между началом отсчёта времени  $O'$  и событием  $C'$ , лежащем на линии одновременности  $AC$ , а координата  $x'_A$  измеряется вдоль оси  $x'$ , как расстояние между  $O'$  и точкой  $B'$ , лежащей на мировой линии  $BA$ .



**Рисунок 9**

Из формул (15) легко получить известные кинематические соотношения. Например, с учётом поправки (14) эти формулы выражают изменение масштабов движущихся систем:  $x' = x \cos \beta$ ,  $t' = t \cos \beta$ . Если же рассматривать световые волны, для которых, согласно формуле (12)  $\delta T = \frac{v}{c} T$  и

$\delta\lambda = \frac{v}{c}\lambda$ , то из формул (15) непосредственно следуют формулы Доплера:

$$\lambda' = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}\lambda \text{ и } T' = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}T.$$

#### 4. Правило сложения скоростей

Рассмотрим теперь правило преобразования скоростей. Пусть у нас имеется тело, движущееся со скоростью  $v$  и занимающее в момент времени  $t$  положение  $A$  с координатой  $x=vt$  на диаграмме Минковского (см. рис. 11). Его движение изображено мировой линией  $OA$ . Если у нас имеется вторая система отсчёта, которая движется со скоростью  $v$  относительно первой, то положение начала отсчёта этой системы задаётся соотношениями:

$$\delta x_0 = Vt; \quad \delta t_0 = \frac{V}{c^2}x = \frac{Vv}{c^2}t \quad (16)$$

Для того, чтобы найти скорость тела относительно движущейся системы отсчёта, воспользуемся преобразованиями (15), которые с учётом выражений (16) примут вид:

$$x' = \frac{x - \delta x_0}{\cos\beta} = \frac{(v - V)t}{\cos\beta}; \quad t' = \frac{t - \delta t_0}{\cos\beta} = \frac{(1 - \frac{Vv}{c^2})t}{\cos\beta},$$

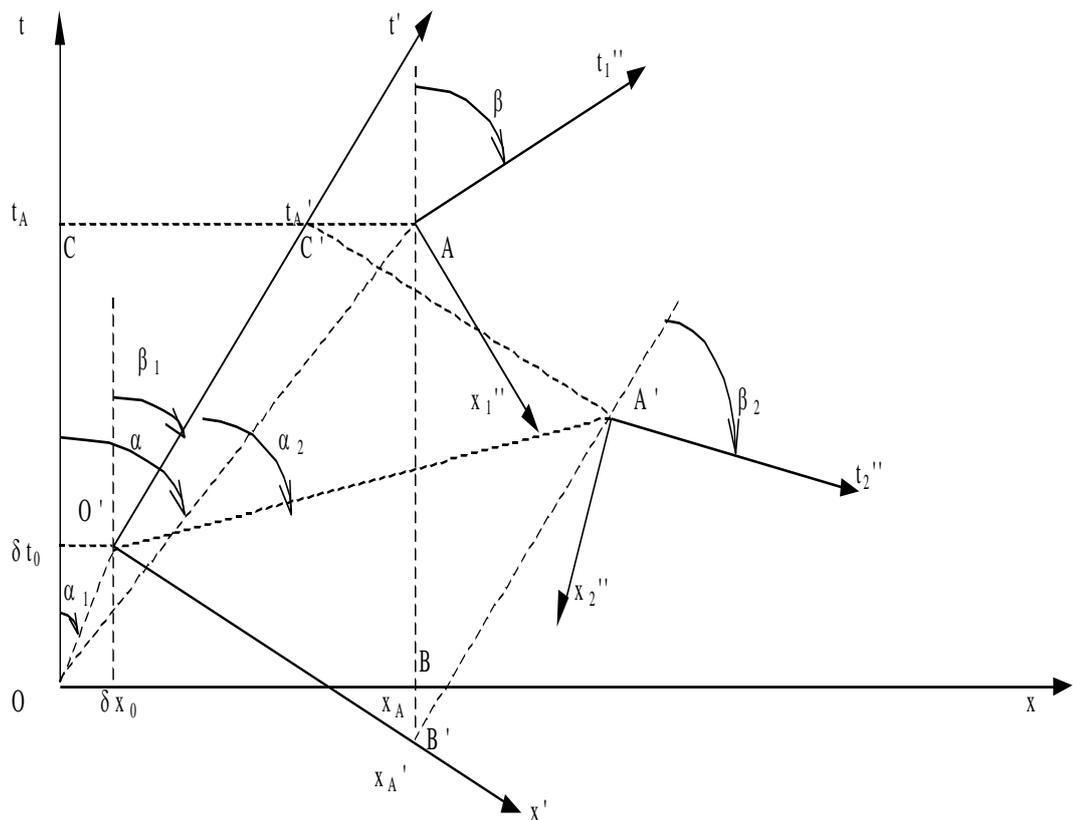
откуда получим выражение для относительной скорости:

$$v' = \frac{x'}{t'} = \frac{v - V}{1 - \frac{Vv}{c^2}} \quad (17)$$

Это выражение согласуется с правилом сложения скоростей и теперь, пользуясь введёнными обозначениями, мы можем переписать это правило в следующем виде:

$$\sin \beta = \frac{\sin \beta_1 + \sin \beta_2}{1 + \sin \beta_1 \cdot \sin \beta_2} \quad (18)$$

Здесь введены обозначения:  $\sin \beta = \frac{v}{c}$ ;  $\sin \beta_1 = \frac{V}{c}$ ;  $\sin \beta_2 = \frac{v'}{c}$ . Наглядная иллюстрация правила сложения скоростей дана на рисунке 10:



**Рисунок 10**

На этом рисунке мировая линия движущегося тела изображена отрезком ОА. Оси координат  $t_1''$  и  $x_1''$ , связанные с движущимся телом повернуты на угол  $\beta$  по отношению к осям  $t$  и  $x$  неподвижной системы. Так как на диаграмме Минковского угол наклона мировой линии к оси времени задаётся соотношением  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{v}{c}$ , то выполняется условие  $\sin\beta = \operatorname{tg}\alpha$ . Мировая линия начала отсчёта движущейся системы изображена отрезком ОО'. При этом угол наклона мировой линии к оси  $t$  задаётся соотношением  $\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{V}{c}$  и выполняется условие  $\operatorname{tg}\alpha_1 = \sin\beta_1$ , где  $\beta_1$  - угол наклона осей  $t'$  и  $x'$  движущейся системы по отношению к осям  $t$  и  $x$  неподвижной системы. Время  $t'_A$ , характеризующее временную координату события А в движущейся системе измеряется вдоль оси  $t'$  как длительность между началом отсчёта О' и моментом времени С', лежащем на линии одновременных событий АС. Пространственная координата  $x'_A$  измеряется вдоль оси  $x'$  как расстояние между началом отсчёта О' и точкой В', лежащей на мировой линии ВА. По данным значениям координат можно построить мнимое изображение точки А (точка А' на рисунке) в движущейся системе отсчёта. При этом угол наклона мнимой мировой линии О'А' к оси времени  $t'$  задаётся соотношением  $\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{v'}{c}$ . Учитывая, что  $\sin\beta_2 = \operatorname{tg}\beta_2$ , можно изобразить наклон осей  $t_2''$  и  $x_2''$ , связанных с мнимым положением А' по отношению к осям  $t'$  и  $x'$  движущейся системы отсчёта.

## 5. Заключение

Как видно из предыдущего изложения, повышение размерности обычного пространства и времени, позволяет определить интервалы и получить известные кинематические соотношения специальной теории относительности с использованием евклидовой метрики. При этом группа преобразований координат от одной системы отсчёта к другой сводится к относительному сдвигу начал отсчёта этих систем и к повороту координатных осей на угол, определяемый соотношением  $\sin \beta = \frac{v}{c}$ .

Углам  $-\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$  соответствуют значения скоростей в пределах  $-c \leq v \leq c$  и мировые линии таких точек проходят в верхней полуплоскости на диаграммах Минковского в пределах углов наклона  $-\frac{\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}$ . В этом случае  $0 \leq \cos \beta \leq 1$  и изменение масштабов движущихся систем не выходит за пределы положительных значений в соответствии с релятивистским эффектом сокращения длин  $l = l_0 \cos \beta$  и замедления времени  $t = \frac{t_0}{\cos \beta}$ .

В случае же углов  $\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{3\pi}{2}$  соответствующие значения скоростей не выходят за пределы  $-c \leq v \leq c$ , но мировые линии таких точек проходят в нижней полуплоскости на диаграммах Минковского в пределах углов наклона  $\frac{3\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{5\pi}{4}$ . В этом случае  $-1 \leq \cos \beta \leq 0$  и масштабы движущихся систем переходят в область отрицательных значений.

Таким образом, при данном способе определения интервалов величина скорости света сохраняет значение естественного предела для возможных скоростей движения материальных тел и преодоление "светового барьера" будет соответствовать переходу временных и пространственных масштабов движущихся систем в область отрицательных значений. Аналогично

тому, как это делается в известных вариантах РТО для мнимых значений [4,5], отрицательные значения длин и длительностей можно интерпретировать как "ненаблюдаемые" величины, а переход за пределы "светового барьера" будет означать выход в тахионный, причинно не связанный с нашим мир.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Arzelies H. *Cinematique Relativiste*, 1955. - P. 217.
2. Bilaniuk M., Deshpande V.K., Sudarshan E.C.G. // *Am. J. Phys.* – 1962. – Vol. 30 - P. 718.
3. Трофименко А. П. Теория относительности и астрофизическая реальность. Минск: Наука и техника, 1992. – 168с.
4. Реками Э. Теория относительности и её обобщения // *Астрофизика, кванты и теория относительности: Сб. ст. / Под ред. Э. Реками.* –М.: Мир, 1982 с.53.
5. Гурин В. С. и Трофименко А.П. Расширенная теория относительности и многомерное (комплексное) представление расширенных многообразий // *Acta Physica Hungarica.* – 1990. - 67 (3-4). - P. 275-287.
6. Recami E. and Mignani R. // *Riv. Nuovo Cim.* – 1974. - № 4 - P. 209.
7. Mignani R. and Recami E. // *Lett. Nuovo Cim.* – 1976. - № 16 - P. 449.
8. Минковский Г. Пространство и время // *Принцип относительности: Сб. ст.* – М.: Атомиздат, 1973. - С. 167.
9. Бергсон А. Длительность и одновременность. – Петербург: ACADEMIA, 1923.
10. Мардер Л. - Парадокс часов. – М.: Мир, 1974.
11. Бом Д. – Теория относительности. – М.: Мир, 1967.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение.....	2
2. Определение интервалов в пространстве-времени с евклидовой метрикой.....	5
3. Вывод преобразований Лоренца.....	17
4. Правило сложения скоростей.....	21
5. Заключение.....	23
Список использованных источников.....	26